ISSN 1810-0198. Вестник Тамбовского университета. Серия: естественные и технические науки

Том 23, № 124 2018

DOI: 10.20310/1810-0198-2018-23-124-707-716
УДК 519.254

РЕКУРРЕНТНЫЙ АЛГОРИТМ ОЦЕНИВАНИЯ ПАРАМЕТРОВ МНОГОМЕРНЫХ ДИСКРЕТНЫХ ЛИНЕЙНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ РАЗНОГО ПОРЯДКА С ОШИБКАМИ ПО ВХОДУ

© И. Л. Сандлер

ФГБОУ ВО «Самарский государственный университет путей сообщения»
443066, Российская Федерация, г. Самара, ул. Свободы, 2В
E-mail: sandleri@bk.ru

Аннотация. В работе представлен рекуррентный алгоритм оценивания параметров многомерных дискретных линейных динамических систем разного порядка с ошибками по входу, описываемые белым шумом. Доказано, что получаемые оценки при помощи стохастического градиентного алгоритма минимизации квадратичных форм являются сильно состоятельными.

Ключевые слова: разный порядок; рекуррентное оценивание параметров; сильно состоятельные оценки; линейная динамическая система; помехи в входных сигналах

Введение

В работе рассматривается проблема параметрической идентификации многомерных дискретных линейных динамических систем разного порядка с ошибками во входных сигналах, при отсутствии априорной информации о функции распределения ошибок.

1. Постановка задачи

Рассмотрим многомерную линейную дискретную динамическую систему разного порядка, описываемую разностным уравнением, при наличии помех наблюдений во входных сигналах с $i = ... - 1, 0, 1...$:

$$
\begin{gathered}
z_i^{(n)} - \sum_{m=1}^{\bar{r}_{nn}} b_0^{(mn)}(n) z_{i-m}^{(n)} = \sum_{l=1, l\neq n}^{k} \sum_{m=1}^{\bar{r}_{nl}} b_0^{(ml)}(n) z_{i-m}^{(l)} + \sum_{j=1}^{d} \sum_{m=0}^{r_{nj}} a_0^{(mj)}(n) x_{i-m}^{(j)} \\
w_i^{(j)} = x_i^{(j)} + \xi_2^{(j)}(i),
\end{gathered}
\tag{1.1}
$$

где $n = \overline{1,k}$, $z_i^{(l)}$ – ненаблюдаемые выходные сигналы, $l = \overline{1,k}$; k – число выходных переменных; $b_0^{(ml)}(n)$, $a_0^{(mj)}(n)$ – параметры линейного разностного уравнения; $w_i^{(j)}$, $x_i^{(j)}$ –

наблюдаемые и ненаблюдаемые входные сигналы, $j=\overline{1,d}$; d – число входных переменных; $\xi_2^{(j)}(i)$ – помеха наблюдений в j-м входном сигнале.

Пусть выполняются следующие предположения:

1^0. Множество $\tilde{\mathrm{B}}$, которому априорно принадлежат истинные значения параметров устойчивой линейной системы, является компактом.

2^0. Помеха $\{\xi_2^{(j)}(i)\}$ – статистически независимая последовательность и стационарная в совокупности в узком смысле с математическим ожиданием $E\left(\xi_2^{(j)}(i)\right)=0$, дисперсией $E\left[\left\{\xi_2^{(j)}(i)\right\}^2\right]=\left(\sigma_2^{(j)}\right)^2>0$ и для некоторых постоянных, $\pi_{\xi_2^{(j)}}:\left|\xi_2^{(j)}(i)\right|<\pi_{\xi_2^{(j)}}$, где E – оператор математического ожидания.

3^0. $\left\{x_i^{(1)},\ldots,x_i^{(d)}\right\}$ статистически не зависят от $\left\{\xi_2^{(j)}(i)\right\}$.

4^0. Последовательности $\left\{x_i^{(j)}\right\}$ – стационарные в совокупности в узком смысле с дробно-рациональной плотностью случайные сигналы с математическим ожиданием $E\left\{\left(x_i^{(j)}\right)^2\right\}>0$ и для некоторого $\pi_x^{(j)}>0:\left|x_i^{(j)}\right|<\pi_x^{(j)}$ почти наверняка.

5^0. Выполняются условие несократимости полиномов

$$B^{(n)}\left(q^{-1}\right)=1-\sum_{m=1}^{\bar{r}_{nn}}b_0^{(mn)}\cdot q^{-m},A^{(j)}\left(q^{-1}\right)=\sum_{m=0}^{r_{nj}}a_0^{(mj)}\cdot q^{-m},B^{(l)}\left(q^{-1}\right)=\sum_{m=1}^{\bar{r}_{nl}}b_0^{(ml)}\cdot q^{-m},$$

где q^{-1} – оператор сдвига назад, $q^{-1}x_i=x_{i-1}$

Требуется рекуррентно определить оценки неизвестных коэффициентов динамической системы, описываемых уравнением (1.1) по наблюдаемым последовательностям $\left\{z_i^{(l)}\right\}$, $\left\{w_i^{(j)}\right\}$.

2. Алгоритм идентификации

В [1] показано, что оценки будут сильно состоятельные при следующем критерии:

$$\min_{\left(\frac{b(n)}{a(n)}\right)\in\tilde{B}}\frac{\lim\limits_{i\to\infty}E\left[y_i^{(n)}-\left(\dfrac{b\left(n\right)}{a\left(n\right)}\right)^T\left(\frac{Z_{\bar{r}_{nk}}(i-1)}{W_{r_{nd}}(i)}\right)\right]^2}{\left(\sigma_1^{(n)}\right)^2+a^T\left(n\right)D_2(n)a\left(n\right)},\tag{2.1}$$

где

$$Z_{\bar{r}_{nk}}\left(i-1\right)=\left(z_{\bar{r}_{nn}}^{(n)T}\vdots\ldots\vdots z_{\bar{r}_{nk}}^{(k)T}\right)^T,\ W_{r_{nd}}\left(i\right)=\left(w_{r_{nn}}^{(1)T}\vdots\ldots\vdots w_{r_{nd}}^{(d)T}\right)^T,\ z_{\bar{r}_{nl}}^{(l)}\left(i\right)=\left(z_{i-1}^{(l)},\ldots z_{i-\bar{r}_{nl}}^{(l)}\right)^T,$$

$$w_{r_{nj}}^{(j)}\left(i\right)=\left(w_i^{(j)},\ldots w_{i-r_{nj}}^{(j)}\right)^T,D_2\left(n\right)=\lim_{N\to\infty}\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\Xi_{r_n}\left(i\right)\cdot\Xi_{r_n}^T\left(i\right),$$

$$\Xi_{r_n}\left(i\right)=\left(\Xi_{r_{n1}}^T\left(i\right)\vdots\ldots\vdots\Xi_{r_{nd}}^T\left(i\right)\right)^T,\Xi_{r_{nj}}\left(i\right)=\left(\xi_2^{(j)}\left(i\right),\ldots\xi_2^{(j)}\left(i-r_{nj}\right)\right)^T,$$

$$b(n)=\left(\left(b^{(n)}(n)\right)^T\vdots\ldots\vdots\left(b^{(k)}(n)\right)^T\right)^T, a(n)=\left(\left(a^{(1)}(n)\right)^T\vdots\ldots\vdots\left(a^{(d)}(n)\right)^T\right)^T,\ l\neq n,$$

$$b^{(l)}(n)=\left(b^{(1l)}(n),...,b^{(\bar r_{nl}l)}(n)\right)^T, a^{(j)}(n)=\left(a^{(0j)}(n),...,a^{(r_{nj}j)}(n)\right)^T.$$

Тогда оценки неизвестного вектора параметров $\left(\dfrac{\hat b_i(n)}{\hat a_i(n)}\right)$ можно получить с помощью стохастически градиентного алгоритма:

$$\left|\frac{\hat b_{i+1}(n)}{\hat a_{i+1}(n)}\right|=\left|\frac{\hat b_i(n)}{\hat a_i(n)}\right|-\alpha_i\nabla_{\left(\frac{b(n)}{a(n)}\right)}\left[\frac{\left(y_{i+1}^{(n)}-\left|\frac{\hat b_i(n)}{\hat a_i(n)}\right|^T\left|\frac{Z_{\bar r_{nk}}(i+1)}{W_{r_{nd}}(i+1)}\right|\right)^2}{\omega\left(\hat b_i(n),\hat a_i(n)\right)}\right], \qquad (2.2)$$

где $1+a_i^T(n)\frac{D_2(n)}{\left(\sigma_1^{(n)}\right)^2}a_i(n)=\omega\left(\hat b_i(n),\hat a_i(n)\right)$, α_i – последовательность, для которой выполняется условие:

6^0. $\sum_{i=0}^{\infty}\alpha_i=\infty,\sum_{i=0}^{\infty}\alpha_i^t<\infty$, при $t>1$.

Теорема 2.1. *Пусть динамическая система описывается уравнением (1.1) и выполняются предположения* 1^0–6^0 *тогда оценки, определяемые алгоритмом (2.2), либо* $\left|\dfrac{\hat b_i(n)}{\hat a_i(n)}\right|\xrightarrow[i\to\infty]{}\left|\dfrac{b_0(n)}{a_0(n)}\right|$ *п.н, либо* $\left|\dfrac{\hat b_i(n)}{\hat a_i(n)}\right|\xrightarrow[i\to\infty]{}\infty$.

Д о к а з а т е л ь с т в о. Доказательство основано на теоремах 3.15 и 3.17 из [2], теорема 3.15 доказана Л. Льюнгом в [3], теорема 3.17 в [2].

Функционал (2.1) можно представить в виде:

$$J\left(\frac{b(n)}{a(n)}\right)=\left(\sigma_1^{(n)}\right)^2+\frac{\left(\left|\frac{b(n)}{a(n)}\right|-\left|\frac{b_0(n)}{a_0(n)}\right|\right)^T H^*\left(\left|\frac{b(n)}{a(n)}\right|-\left|\frac{b_0(n)}{a_0(n)}\right|\right)}{\omega(b(n),a(n))},$$

где

$$H^*=\lim_{\bar i\to\infty}E\left|\begin{vmatrix}z_{\bar r_{nn}}^{(n)}\\ \hline z_{\bar r_{n1}}^{(1)}\\ \hline \vdots\\ \hline z_{\bar r_{nk}}^{(k)}\\ \hline x_{r_{n1}}^{(1)}\\ \hline \vdots\\ \hline x_{r_{nd}}^{(d)}\end{vmatrix}\begin{vmatrix}z_{\bar r_{nn}}^{(n)}\\ \hline z_{\bar r_{n1}}^{(1)}\\ \hline \vdots\\ \hline z_{\bar r_{nk}}^{(k)}\\ \hline x_{r_{n1}}^{(1)}\\ \hline \vdots\\ \hline x_{r_{nd}}^{(d)}\end{vmatrix}^T\right|>0,\quad H^*=\left(\begin{array}{c|c}H_{zz}^* & H_{zx}^*\\ \hline H_{zx}^* & H_{xx}^*\end{array}\right)$$

– положительно определенная квадратная матрица, что следует из $1^0,4^0,6^0$ [4];
$X_{r_{nj}}^{(j)}(i)=\left|x_i^{(j)},\ \ldots\ ,x_{i-r_{nj}}^{(j)}\right|^T$ – вектор $\left(r_{nj}+1\right)\times 1$.

Построим асимптотическую непрерывную детерминированную модель алгоритма (2.2). На основе теоремы 3.15 [3] векторный случайный процесс $X_i = \left| x_i^{(1)},\ \ldots\ , x_i^{(d)} \right|^T$ с дробно-рациональной спектральной плотностью может быть представлен через векторный белый шум ζ, для которого $E\left(\zeta_p \left(\zeta_q\right)^T\right) = \delta_q^p I_d$, где δ_q^p – символ Кронекера, I_d – единичная матрица.

Рассуждая аналогично [5], можно показать, что вектор

$$\left| y_{(i)}\left(n\right) \left| \frac{Z_{\bar{r}_{nk}}\left(i\right)}{W_{r_{nd}}\left(i\right)} \right|^T \varsigma^T\left(i\right) : \ldots : \varsigma^T\left(i - \left(r_v - 1\right)\right) \right|^T,$$

является Марковским процессом.

Асимптотическая непрерывная детерминированная модель имеет вид:

$$\dot{\left(\frac{b\left(n\right)}{a\left(n\right)}\right)} = -\nabla_{\left(\frac{b\left(n\right)}{a\left(n\right)}\right)} J\left(\frac{b\left(n\right)}{a\left(n\right)}\right).$$

Пусть функция Ляпунова имеет вид:

$$V\left(\frac{b\left(n\right)}{a\left(n\right)}\right) = J\left(\frac{b\left(n\right)}{a\left(n\right)}\right),$$

так как, функция Ляпунова непрерывно дифференцируема и

$$\dot{V}\left(\frac{b\left(n\right)}{a\left(n\right)}\right) = \nabla^T_{\left(\frac{b\left(n\right)}{a\left(n\right)}\right)} V\left(\frac{b\left(n\right)}{a\left(n\right)}\right) \nabla_{\left(\frac{b\left(n\right)}{a\left(n\right)}\right)} J\left(\frac{b\left(n\right)}{a\left(n\right)}\right) =$$

$$= -\left\| \nabla_{\left(\frac{b\left(n\right)}{a\left(n\right)}\right)} J\left(\frac{b\left(n\right)}{a\left(n\right)}\right) \right\|^2,$$

то множество $B = \left\{ \left(\frac{b\left(n\right)}{a\left(n\right)}\right) \in R_{\left(\bar{r}_{nn}+\ldots+d\right)} : \dot{V}\left(\frac{b\left(n\right)}{a\left(n\right)}\right) = 0 \right\}$ состоит из стационарных точек $J\left(\frac{b\left(n\right)}{a\left(n\right)}\right)$ [2].

Из теоремы 3.15. [3] следует, что возможными предельными точками алгоритма (2.2) являются точки множества:

$$B_* = \left\{ \left(\frac{b\left(n\right)}{a\left(n\right)}\right) \in R_{\left(\bar{r}_{nn}+\ldots+d\right)} : \dot{V}\left(\frac{b\left(n\right)}{a\left(n\right)}\right) = 0 \quad u \quad -\nabla^2 J\left(\frac{b\left(n\right)}{a\left(n\right)}\right) \leq 0 \right\}.$$

Выполнение условия 2 теоремы 3.15. [3] следует из $H^* > 0$ (условия $1^0 - 4^0$) и [6, с. 93, 7]; выполнение условия 3 этой же теоремы вытекает из стационарности процесса (1.1).

Покажем, что множество $B_* = \left\{ \left(\dfrac{b\,(n)}{a\,(n)} \right) \in R_{(\bar{r}_{nn}+\ldots+d)} : \left| \dfrac{b\,(n)}{a\,(n)} \right| = \left| \dfrac{b_0\,(n)}{a_0\,(n)} \right| \right\}$, то есть множество B^* состоит из единственной точки $\left| \dfrac{b_0\,(n)}{a_0\,(n)} \right|$.

Для этого рассмотрим функцию

$$J'\,(u) = \frac{u^T H_1^* u}{u^T I'_{(\bar{r}_{nn}+\ldots+d+1)} u},$$

где $u = \left| u_1, ..., u_{\bar{r}_{nn}+\ldots+d+1} \right|^T \in R_{\bar{r}_{nn}+\ldots+d+1}$,

$$H_1^* = \lim_{i\to\infty} E \left[\left\| \begin{array}{c} -y_i^{(n)} \\ \hline Z_{\bar{r}_{nk}}\,(i) \\ \hline W_{r_{nd}}\,(i) \end{array} \right\| \left| \begin{array}{c|c|c} -y_i^{(n)} & Z^T_{\bar{r}_{nk}}\,(i) & W^T_{r_{nd}}\,(i) \end{array} \right| \right],$$

$$I'_{(\bar{r}_{nn}+\ldots+d+1)} = \left| \begin{array}{c|c|c|c|c|c|c} I_{\bar{r}_{nn}+1} & 0_{\bar{r}_{nn}+1,\,\bar{r}_{nn}} & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & 0_{\bar{r}_{nn}+1,\,r_{nd}+1} \\ \hline 0_{\,\bar{r}_{nn},\,\bar{r}_{nn}+1} & \frac{\left(\sigma_1^{(1)}\right)^2}{\left(\sigma_1^{(n)}\right)^2} I_{\bar{r}_{n1}} & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \vdots \\ \hline \vdots & \vdots & \ddots & \cdots & \cdots & \cdots & \vdots \\ \hline \vdots & \vdots & \vdots & \frac{\left(\sigma_1^{(k)}\right)^2}{\left(\sigma_1^{(n)}\right)^2} I_{\bar{r}_{nk}} & \cdots & \cdots & \vdots \\ \hline \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \frac{\left(\sigma_2^{(1)}\right)^2}{\left(\sigma_1^{(n)}\right)^2} I_{r_{n1}+1} & \cdots & \vdots \\ \hline \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \hline 0_{r_{nd}+1,\,\bar{r}_{nn}+1} & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \frac{\left(\sigma_2^{(d)}\right)^2}{\left(\sigma_1^{(n)}\right)^2} I_{r_{nd}+1} \end{array} \right|,$$

где $I_{\bar{r}_{nn}+1}, ..., I_{r_{nd}+1}$, единичные матрицы размерности $(\bar{r}_{nn}+1), ..., (r_{nd}+1)$.

Очевидно, что

$$\min_{\left(\frac{b\,(n)}{a\,(n)}\right)} J\left(\frac{b\,(n)}{a\,(n)}\right) = \min_u J'\,(u) = J\left(\frac{b_0\,(n)}{a_0\,(n)}\right) = \Lambda_{\min}, \tag{2.3}$$

где $\Lambda_{\min}$ – минимальное собственное число регулярного пучка форм [8] (так как $I'_{(\bar{r}_{nn}+\ldots+d+1)}$ положительно определенная матрица), то есть $\Lambda_{\min}$ наименьший корень уравнения:

$$\det\left(H_1 - \Lambda I'_{(\bar{r}_{nn}+\ldots+d+1)}\right) = 0.$$

Пусть $\Lambda_{\min} = \Lambda^{(1)} \leq \ldots \leq \Lambda^{(\bar{r}_{nn}+\ldots+d+1)} = \Lambda_{\max}$ и $u_1, \ldots, u_{(\bar{r}_{nn}+\ldots+d+1)}$ – соответствующие им главные собственные векторы. Тогда Λ_k, где $k = \overline{1,\,(\bar{r}_{nn}+...+d+1)}$ являются стационарными значениями функции $J'\,(u)$, которые достигаются при u, равных $u_1, \ldots, u_{(\bar{r}_{nn}+\ldots+d+1)}$ соответственно.

Следовательно, стационарные значения функции

$$J\left(\frac{b\,(n)}{a\,(n)}\right);\nabla_{\left(\frac{b\,(n)}{a\,(n)}\right)} J\left(\frac{b\,(n)}{a\,(n)}\right)=0$$

достигаются в точках $\left|\dfrac{b\,(n)}{a\,(n)}\right|_1 = \left(u_1^{(2)}\Big/u_1^{(1)},\ldots,\,u_1^{(\bar r_{nn}+\ldots+d+1)}\Big/u_1^{(1)}\right)^T,\ldots,$

$$\left|\frac{b\,(n)}{a\,(n)}\right|_{(\bar r_{nn}+\ldots+d+1)} = \left(u^{(2)}_{(\bar r_{nn}+\ldots+d+1)}\Big/u^{(1)}_{(\bar r_{nn}+\ldots+d+1)},\ldots,\,u^{(\bar r_{nn}+\ldots+d+1)}_{(\bar r_{nn}+\ldots+d+1)}\Big/u^{(1)}_{(\bar r_{nn}+\ldots+d+1)}\right)^T.$$

Из (2.3) следует, что $\left|\dfrac{\hat b_i\,(n)}{\hat a_i\,(n)}\right|_1 = \left|\dfrac{b_0\,(n)}{a_0\,(n)}\right|.$

Остается показать, что

$$\left\{\nabla^2 J\left(\frac{b\,(n)}{a\,(n)}\right)\geq 0,\ \forall\left|\frac{b\,(n)}{a\,(n)}\right|\in\left\{\left|\frac{b\,(n)}{a\,(n)}\right| : \left|\frac{b\,(n)}{a\,(n)}\right|_1,\ldots,\left|\frac{b\,(n)}{a\,(n)}\right|_{(\bar r_{nn}+\ldots+1)}\right\}\right\} \tag{2.4}$$

в одной стационарной точке $\left|\dfrac{b\,(n)}{a\,(n)}\right| = \left|\dfrac{b\,(n)}{a\,(n)}\right|_1 = \left|\dfrac{b_0\,(n)}{a_0\,(n)}\right|.$

Задача определения минимума функции (2.3) эквивалентна задаче на условный экстремум

$$\begin{array}{l}\min u^T H_1^* u \\ u^T I'_{(\bar r_{nn}+\ldots+d+1)} u = 1\end{array}. \tag{2.5}$$

Задача (2.5) может быть решена с помощью метода неопределенных множителей Лагранжа, причем необходимые условия запишутся в виде:

$$\left\{\begin{array}{l}\left(H_1^* - \theta\, I'_{(\bar r_{nn}+\ldots+d+1)}\right)u = 0 \\ u^T I'_{(\bar r_{nn}+\ldots+d+1)} u = 1\end{array}\right., \tag{2.6}$$

где θ – неопределенный множитель Лагранжа. Множеством решений системы (2.6) являются $\theta\in\left\{\Lambda_1,\ldots,\Lambda_{(\bar r_{nn}+\ldots+d+1)}\right\}$ и соответствующие им главные собственные векторы $u_1,\ldots,u_{(\bar r_{nn}+\ldots+d+1)}$.

Исследуем матрицу $H_1^* - \theta\, I'_{(\bar r_{nn}+\ldots+d+1)}$ на положительную определенность, из (2.3) следует, что

$$\Lambda^{(1)}\left|H_1^*\right| < \Lambda^{(1)}\left(\begin{array}{c|c}\tilde H_{zz}^* & H_{zx}^* \\ \hline (H_{zx}^*)^T & \tilde H_{xx}^*\end{array}\right),$$

где $\Lambda^{(1)}$ – минимальные собственные числа матриц H_1^* и $\left(\begin{array}{c|c}\tilde H_{zz}^* & H_{zx}^* \\ \hline (H_{zx}^*)^T & \tilde H_{xx}^*\end{array}\right)$:

$$\tilde{H}^*_{zz}=H_{zz}+\left|\begin{array}{c|c|c}\left(\sigma_1^{(n)}\right)^2 I_{\bar{r}_{n1}} & \cdots & 0_{\bar{r}_{n1},\,\bar{r}_{nk}} \\ \hline \vdots & \ddots & \vdots \\ \hline 0_{\bar{r}_{nk},\,\bar{r}_{n1}} & \cdots & \left(\sigma_1^{(k)}\right)^2 I_{\bar{r}_{nk}}\end{array}\right|, \text{ порядка } (\bar{r}_{n1}+\ldots+\bar{r}_{nk})\times(\bar{r}_{n1}+\ldots+\bar{r}_{nk})\,;$$

$$\tilde{H}^*_{xx} = H_{xx} + \left|\begin{array}{c|c|c}\left(\sigma_2^{(1)}\right)^2 I_{r_{n1+1}} & \cdots & 0_{r_{n1+1},\,r_{nd}+1} \\ \hline \vdots & \ddots & \vdots \\ \hline 0_{r_{nd}+1,\,r_{n1+1}} & \cdots & \left(\sigma_2^{(d)}\right)^2 I_{r_{nd}+1}\end{array}\right|, \text{ порядка } (r_{n1}+\ldots+r_{nd}+d)\times$$

$(r_{n1}+\ldots+r_{nd}+d)\,;$

По теореме Штурма [8]:

$$\Lambda^{(1)}\left(\begin{array}{c|c}\tilde{H}^*_{zz} & H^*_{zx} \\ \hline \left(H^*_{zx}\right)^T & \tilde{H}^*_{xx}\end{array}\right) \le \Lambda^{(2)}\left|H^*_1\right|,$$

или

$$\Lambda^{(1)}\left|H^*_1\right| \le \Lambda^{(2)}\left|H^*_1\right|. \tag{2.7}$$

Из (2.7) следует, что матрица $H^*_1 - \theta\, I'_{(\bar{r}_{nn}+\ldots+d+1)}$ неотрицательно определена лишь при $\theta = \Lambda_{\min}$ и (2.4) выполняется в $\left|\dfrac{\hat{b}\,(n)}{\hat{a}\,(n)}\right|_1 = \left|\dfrac{b_0\,(n)}{a_0\,(n)}\right|$, то есть для всех $\theta > \Lambda_{\min}$ матрица $H^*_1 - \theta\, I'_{(\bar{r}_{nn}+\ldots+d+1)}$ имеет отрицательные собственные значения, откуда следует (2.2).

3. Основные результаты

Предложенный алгоритм рекуррентного оценивания параметров (2.2), при условиях ограничений на помеху и полезные сигналы $1^0 - 6^0$ линейной динамической системы (1.1) либо $\left|\dfrac{\hat{b}_i\,(n)}{\hat{a}_i\,(n)}\right| \underset{i\to\infty}{\longrightarrow} \left|\dfrac{b_0\,(n)}{a_0\,(n)}\right|$ п.н, либо $\left|\dfrac{\hat{b}_i\,(n)}{\hat{a}_i\,(n)}\right| \underset{i\to\infty}{\longrightarrow} \infty$. Дальнейшим направлением работы является обобщение алгоритма (2.2) на случай автокоррелированных помех [9, 10], и нелинейных систем [11].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Кацюба О.А., Козлов Е.В.* Оценивание параметров многосвязных разного порядка линейных динамических систем при наличии помех во входных и выходных сигналах в условиях априорной неопределенности // Вестник Самарского государственного технического университета. Серия Технические науки. 2010. № 2 (26). С. 52-59.

2. *Деревицкий Д.П., Фрадков А.Л.* Прикладная теория дискретных адаптивных систем управления. М.: Наука, 1991. 215 с.

3. *Льюнг Л.* Идентификация систем. Теория для пользователя. М.: Наука, 1991. 432 с.

4. *Tsypkin Ya.Z., Avedyan E.D., Gulinskiy O.V.* On Convergence of the Recursive Identification Algorithms // IEEE Trans. Aut. Control. 1981. № 5. P. 1009-1017.

5. *Невельсон М.Б., Хасьминский Р.З.* Стохастическая аппроксимация и рекуррентное оценивание. М.: Наука, 1972. 304 с.

6. *Уилкс С.* Математическая статистика. М.: Наука, 1967. 632 с.

7. *Жданов А.И.* Рекуррентное оценивание минимальных собственных значений информационных матриц // Автоматика и телемеханика. 1987. № 4. С. 26-36.

8. *Гантмахер Ф.Р.* Теория матриц. М.: Наука, 1966. 575 с.

9. *Сандлер И.Л.* Рекуррентный алгоритм оценивания параметров многомерной линейной динамической системы разного порядка при наличии нестационарных автокоррелированных помех в выходных сигналах // Identification systems. Theory and applications: Proceedings of the International Scientific and Practical Conference. Saint-Louis: Publishing House Science and Innovation Center, Ltd., 2015. С. 11-16.

10. *Иванов Д.В., Козлов Е.В.* Рекуррентная параметрическая идентификация линейных динамических систем при наличии автокоррелированной помехи наблюдения в выходном сигнале // Вестник Самарского муниципального института управления. 2010. № 2. С. 93-99.

11. *Иванов Д.В., Ширинов И.Р.* Идентификация многомерных по входу линейных динамических систем дробного порядка с помехой в выходном сигнале // Вестник Самарского муниципального института управления. 2013. № 4 (27). С. 144-151.

Поступила в редакцию 16 апреля 2018 г.

Прошла рецензирование 23 мая 2018 г.

Принята в печать 26 июня 2018 г.

Сандлер Илья Львович, Самарский государственный университет путей сообщения, г. Самара, Российская Федерация, старший преподаватель кафедры «Мехатроника, автоматизация и управление на транспорте», e-mail: sandleri@bk.ru

Для цитирования: *Сандлер И.Л.* Рекуррентный алгоритм оценивания параметров многомерных дискретных линейных динамических систем разного порядка с ошибками по входу // Вестник Тамбовского университета. Серия: естественные и технические науки. Тамбов, 2018. Т. 23. № 124. С. 707–716. DOI: 10.20310/1810-0198-2018-23-124-707-716

DOI: 10.20310/1810-0198-2018-23-124-707-716

RECURSIVE ALGORITHM FOR ESTIMATING THE PARAMETERS OF MULTIDIMENSIONAL DISCRETE LINEAR DYNAMIC SYSTEMS OF DIFFERENT ORDERS WITH ERRORS ON THE INPUT

I. L. Sandler

Samara State Transport University
2B Svobody St., Samara 443066, Russian Federation
E-mail: sandleri@bk.ru

Abstract. The paper presents a recurrent algorithm for estimating the parameters of multidimensional discrete linear dynamical systems of different orders with input errors, described by white noise. It is proved that the obtained estimates using stochastic gradient algorithm for minimization of quadratic forms are highly consistent
Keywords: different order; recurrent estimation of parameters; highly consistent estimates; linear dynamic system; interference in the input signals

REFERENCES

1. Katsyuba O.A., Kozlov E.V. Otsenivaniye parametrov mnogosvyaznykh raznogo poryadka lineynykh dinamicheskikh sistem pri nalichii pomekh vo vkhodnykh i vykhodnykh signalakh v usloviyakh apriornoy neopredelennosti [Estimation of multi-connected linear dynamical systems parameters of different order with the noise in input and output signals under a priori uncertainty]. *Vestnik Samarskogo Gosudarstvennogo Tekhnicheskogo universiteta. Seriya Tekhnicheskie nauki – Vestnik of Samara State Technical University. Technical Sciences Series*, 2010, no. 2 (26), pp. 52-59. (In Russian).

2. Derevitskiy D.P., Fradkov A.L. *Prikladnaya teoriya diskretnykh adaptivnykh sistem upravleniya* [Applied Theory of Discrete Adaptive Control Systems]. Moscow, Nauka Publ., 1991, 215 p. (In Russian).

3. Leung L. *Identifikatsiya sistem. Teoriya dlya pol'zovatelya* [Identification of Systems. Theory for the User]. Moscow, Nauka Publ., 1991, 432 p. (In Russian).

4. Tsypkin Ya.Z., Avedyan E.D., Gulinskiy O.V. On Convergence of the Recursive Identification Algorithms. *IEEE Trans. Aut. Control.*, 1981, no. 5, pp. 1009-1017.

5. Nevelson M.B., Khas'minskiy R.Z. *Stokhasticheskaya approksimatsiya i rekurrentnoye otsenivaniye* [Stochastic Approximation and Recurrent Estimation]. Moscow, Nauka Publ., 1972, 304 p. (In Russian).

6. Wilkes C. *Matematicheskaya statistika* [Mathematical Statistics]. Moscow, Nauka Publ., 1967, 632 p. (In Russian).

7. Zhdanov A.I. Rekurrentnoye otsenivaniye minimal'nykh sobstvennykh znacheniy informatsionnykh matrits [Recurrent estimation of minimal own values of information matrices]. *Avtomatika i telemekhanika – Automation and Remote Control*, 1987, no. 4, pp. 26-36. (In Russian).

8. Gantmacher F.R. *Teoriya matrits* [Matrix Theory]. Moscow, Nauka Publ., 1966, 575 p. (In Russian).

9. Sandler I.L. Rekurrentnyy algoritm otsenivaniya parametrov mnogomernoy lineynoy dinamicheskoy sistemy raznogo poryadka pri nalichii nestatsionarnykh avtokorrelirovannykh pomekh v vykhodnykh signalakh [Recursive algorithm for estimating the parameters of multidimensional linear dynamic systems of different orders in the presence of non-stationary autocorrelated interference in the output signals]. *Identification systems. Theory and applications: Proceedings of the International Scientific and Practical Conference.* Saint-Louis, Publishing House Science and Innovation Center, Ltd., 2015, pp. 11-16. (In Russian).

10. Ivanov D.V., Kozlov E.V. Rekurrentnaya parametricheskaya identifikatsiya lineynykh dinamicheskikh sistem pri nalichii avtokorrelirovannoy pomekhi nablyudeniya v vykhodnom signale [Recurrent Parametrical Identification of the Linear Dynamic Systems Within the Autocorrelated Observation Hindrance in the Output Signal]. *Vestnik Samarskogo munitsipal'nogo instituta upravleniya – Bulletin of Samara Municipal Institute of Management*, 2010, no. 2, pp. 93-99. (In Russian).

11. Ivanov D.V., Shirinov I.R. Identifikatsiya mnogomernykh po vkhodu lineynykh dinamicheskikh sistem drobnogo poryadka s pomekhoy v vykhodnom signale [Identification of Multivariate at the Entry Linear Dynamic Fractional-order Systems with Output Noise]. *Vestnik Samarskogo munitsipal'nogo instituta upravleniya – Bulletin of Samara Municipal Institute of Management*, 2013, no. 4 (27), pp. 144-151. (In Russian).

Received 16 April 2018
Reviewed 23 May 2018
Accepted for press 26 June 2018

Sandler Ilya L'vovich, Samara State Transport University, Samara, the Russian Federation, Senior Teacher of the Department «Mechatronics Automation and Transport Management», e-mail: sandleri@bk.ru

For citation: Sandler I.L. Rekurrentnyy algoritm otsenivaniya parametrov mnogomernyh diskretnyh lineynyh dinamicheskih sistem raznogo poryadka s oshibkami po vhodu [Recursive algorithm for estimating the parameters of multidimensional discrete linear dynamic systems of different orders with errors on the input]. *Vestnik Tambovskogo universiteta. Seriya: estestvennye i tekhnicheskie nauki – Tambov University Reports. Series: Natural and Technical Sciences*, 2018, vol. 23, no. 124, pp. 707–716. DOI: 10.20310/1810-0198-2018-23-124-707-716 (In Russian, Abstr. in Engl.).